

4.4. Nastavenie regulátorov metódou Ziegler-Nichols

Vieme už vyšetriť stabilitu regulačného obvodu, keď poznáme parametre regulovanej sústavy a parametre regulátora. Parametre sústavy sú dané jej konštrukciou a sú teda známe. Ako ale zistiť parametre regulátora? Parametre regulátora sa snažíme voliť tak, aby priebeh regulačného pochodu bol čo najlepší. Aby regulačný pochod netrval dlho a rýchlo sa ustálil a aby maximálny prechod regulovanej veličiny nebol príliš veľký. Sú dosť zložité a teoreticky náročné metódy, ako sa k takému optimálnemu nastaveniu regulátora dopracovať. Najznámejšou z nich je metóda minima kvadratickej regulačnej plochy a sú aj ďalšie metódy. V praxi sa však ujala veľmi jednoduchá a nenáročná metóda, ktorá je všeobecne veľmi rozšírená. Pôvodne to bola praktická a rýdzo empirická metóda pre nastavenie parametrov regulátora priamo v prevádzkovom zapojení. Býva tiež nazývaná ako metóda nastavenia regulátora podľa kritického zosilnenia. Publikovaná bola v roku 1942 a výsledky boli neskôr potvrdené aj teoreticky. Túto metódu je možné aplikovať aj výpočtovo. Najprv si uvedme nastavovanie parametrov regulátora Ziegler-Nicholsovou metódou v prevádzkovom zapojení.

Základnou myšlienkou metódy je dostať obvod na hranicu stability, lebo optimálne nastavenie s týmto kritickým nastavením súvisí (je od neho „blízko“, dá sa z neho odvodiť). Za kritické nastavenie (na hranici stability) považujeme také, pri ktorom sú integračná a derivačná zložka vyradené, tzn. $T_i \rightarrow \infty$, $T_d \rightarrow 0$ (respektíve $r_{-1} \rightarrow 0$, $r_1 \rightarrow 0$) a zmenou zosilnenia r_0 je obvod privedený na hranicu stability.

Zosilnenie r_0 , ktorým sme obvod dostali na hranicu stability sa nazýva **kritické zosilnenie** r_{0k} . Na hranici stability kmitá obvod netlmenými kmitmi konštantnej amplitúdy a dôležité je odmerať práve dobu týchto kmitov a to je tzv. **kritická perióda** T_k . Na základe znalostí týchto dvoch parametrov r_{0k} a T_k zistíme z tab. 8 optimálne parametre pre akýkoľvek typ regulátora.

Typ reg.	r_0	T_i	T_d
P	$0,5 r_{0k}$	–	–
PI	$0,45 r_{0k}$	$0,83 T_k$	–
PD	$0,4 r_{0k}$	–	$0,05 T_k$
PID	$0,6 r_{0k}$	$0,5 T_k$	$0,12 T_k$
I ^{*)}	–	$2 T_{ik}$	–

Tab. 8

Postup pri nastavovaní regulátora Ziegler-Nicholsovou metódou je teda nasledujúci:

- vyradíme integračnú a derivačnú zložku regulátora ($T_i \rightarrow \infty$, $T_d \rightarrow 0$ resp. $r_{-1} \rightarrow 0$, $r_1 \rightarrow 0$),
- pomaly zvyšujeme zosilnenie r_0 regulátora, až sa dostaneme na netlmené kmity s konštantnou amplitúdou a konštantnou periódou. Odčítame zosilnenie (to bude kritické zosilnenie r_{0k}) a odmeriame dobu kmitu (kritická - označíme T_k).
- z kritického zosilnenia r_{0k} na hranici stability a z kritickej doby kmitu T_k určíme podľa tab. 8 optimálne parametre regulátora, ktoré môžeme na skutočnom regulátore nastaviť.

*) S použitím integračného regulátora sa obvod dostane do kritického stavu (na hranicu stability) zmenou integračnej konštanty regulátora T_i , pričom túto kritickú hodnotu označíme T_{ik} . Z nej sa odvodzuje optimálne nastavenie I regulátora.

Nastavenie regulátora metódou Ziegler-Nichols je veľmi jednoduché a v praxi používané. Zaručuje dobrý priebeh regulačného pochodu, nemožno však stopercentne tvrdiť, že je to nastavenie optimálne. Je to nastavenie **blízke optimálnemu**. Je preto možné, že pri ďalšej zmene parametrov regulátora by sme docielili menšie e_{max} a kratšiu dobu regulácie T_{reg} .

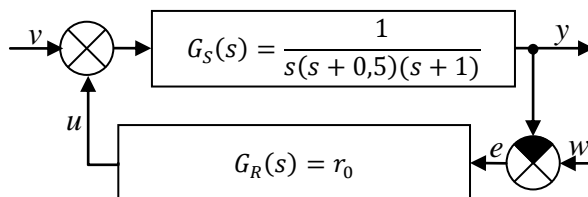
Metóda nastavenia Ziegler-Nichols zlyháva pri štruktúralne stabilných a štruktúralne nestabilných obvodoch (pri vyradení integračnej a derivačnej zložky), pretože tieto obvody sa nedajú priviesť do kritického stavu (na hranicu stability). Pri štruktúralne nestabilných obvodoch je nastavenie regulátora samé o sebe nezmysel.

Toto bola v stručnosti verzia Ziegler-Nicholsovej metódy v prevádzkovom zapojení. Všetky popísané úkony sa môžu vykonávať výpočtovo a tak vopred podľa tejto metódy určiť

optimálne nastavenie regulátora a až potom ho realizovať na skutočnom regulátore. Ukážeme si to na príkladoch.

Príklad 36

Metódou Ziegler-Nichols určte optimálne nastavenie P regulátora v obvode podľa obr. 67.



Obr. 67

Riešenie: Prvým krokom by bolo vyradenie integračnej a derivačnej zložky, čo pri P regulátore nepripadá do úvahy. Potom zmenou zosilnenia regulátora privedieme obvod na hranicu stability. Prenos rozpojeného obvodu a charakteristická rovnica sú

$$G_0(s) = \frac{r_0}{s(s+0,5)(s+1)} \Rightarrow s^3 + 1,5s^2 + 0,5s + r_0 = 0$$

Priviesť obvod na hranicu stability znamená, že musí platiť

$$H_2 = \begin{vmatrix} 1,5 & r_0 \\ 1 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,75 - r_0 = 0 \Rightarrow r_{0k} = 0,75$$

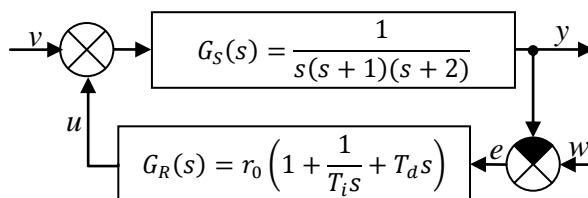
Kritické zosilnenie (na hranici stability) je známe a z neho podľa tab. 8 určíme optimálne zosilnenie

$$r_0 = 0,5r_{0k} = 0,5 \cdot 0,75 = 0,375$$

Stabilita obvodu s týmto zosilnením je evidentná, lebo vidíme, že pre túto hodnotu r_0 je $H_2 > 0$. ($0,75 - 0,375 > 0$)

Príklad 37

Metódou Ziegler-Nichols určte optimálne nastavenie regulátorov P, PI, PD a PID pre regulovanú sústavu podľa obr. 68.



Obr. 68

Riešenie: Najprv uvažujeme regulátor P (vyradíme integračnú a derivačnú zložku) a určíme kritické zosilnenie r_0 tohto regulátora (hranica stability) a potom určíme periódu kmitov T_k na hranici stability

$$G_0(s) = \frac{r_0}{s(s+1)(s+2)} = \frac{r_0}{s^3 + 3s^2 + 2s} \Rightarrow s^3 + 3s^2 + 2s + r_0 = 0$$

Na hranici stability je

$$H_2 = \begin{vmatrix} 3 & r_0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - r_0 = 0 \Rightarrow r_{0k} = 6$$

Teraz ešte treba určiť periódu kmitov na hranici stability. Práve na hranici stability bude mať charakteristická rovnica dvojicu imaginárnych koreňov – koreňov na imaginárnej osi

$$s_{1,2} = 0 \pm j\omega$$

a ich hodnota je práve uhlová frekvencia kmitov [spomeňme si, že pri koreňoch $a \pm jb$ je riešenie diferenciálnej rovnice $y = \dots + e^{at}(C_1 \cos bt + C_2 \sin bt) + \dots$]. Dosadíme teda do charakteristickej rovnice na hranici stability korene $s_{1,2}$ a dostávame

$$(j\omega)^3 + 3(j\omega)^2 + 2(j\omega) + 6 = 0$$

Rovnať sa nule musí reálna aj imaginárna časť

$$\begin{aligned} Re: & \quad -3\omega^2 + 6 = 0 \\ Im: & \quad -\omega^3 + 2\omega = 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{2}$$

Toto je uhlová frekvencia na hranici stability a z nej môžeme vypočítať kritickú periódu T_k

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4,44 \text{ [s]}$$

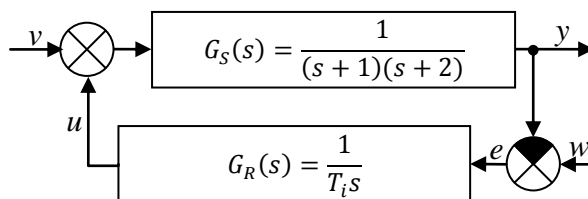
Podľa tab. 8 je optimálne nastavenie pri $r_{0k} = 6$, $T_k = 4,44$ [s] pre jednotlivé typy regulátorov nasledujúce

P	$r_0 = 0,5r_{0k} = 3$		
PI	$r_0 = 0,45r_{0k} = 2,7$	$T_i = 0,83T_k = 3,68$ [s]	
PD	$r_0 = 0,4r_{0k} = 2,4$		$T_d = 0,05T_k = 0,22$ [s]
PID	$r_0 = 0,6r_{0k} = 3,6$	$T_i = 0,5T_k = 2,22$ [s]	$T_d = 0,12T_k = 0,53$ [s]

Príklad 38

Metódou Ziegler-Nicholovou určte optimálne nastavenie I regulátora pre sústavu podľa obr. 69.

Riešenie: Zmenou T_i privedieme obvod na hranicu stability. Prenos rozpojeného obvodu $G_0(s)$ a zodpovedajúca charakteristická rovnica sú



Obr. 69

$$G_0(s) = \frac{1}{T_i s(s+1)(s+2)}$$

$$T_i s^3 + 3T_i s^2 + 2T_i s = 0$$

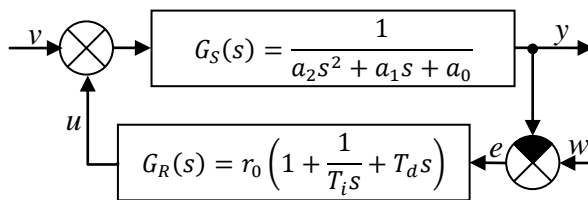
Na hranici stability musí platiť

$$H_2 = \begin{vmatrix} 3T_i & 1 \\ T_i & 2T_i \end{vmatrix} = T_i(6T_i - 1) = 0 \Rightarrow T_{ik} = \frac{1}{6} \text{ [s]}$$

Optimálne nastavenie I regulátora podľa tab. 8 je $T_i = 2T_{ik} = 0,33$ [s].

Príklad 39

Zdôvodnite, prečo nie je možné Ziegler-Nicholovu metódu nastavenia parametrov regulátorov použiť pre nastavenie akéhokoľvek regulátora (s výnimkou I regulátora) pri regulácii všeobecnej statickej sústavy s oneskorením 2. rádu – obr. 70.



Obr. 70

Riešenie: Prvá etapa nastavovania podľa Ziegler-Nicholovej metódy je vyradiť integračnú a derivačnú zložku a priviesť zmenou zosilnenia r_0 obvod na hranicu stability. Prenos rozpojeného obvodu a z neho charakteristická rovnice sú

$$G_0(s) = \frac{r_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \Rightarrow a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + r_0 = 0$$

Charakteristická rovnica jasne ukazuje na štruktúrne stabilný obvod, lebo a_0, a_1, a_2, r_0 sú kladné koeficienty a tento obvod nie je možné zmenou zosilnenia r_0 priviesť na hranicu stability.