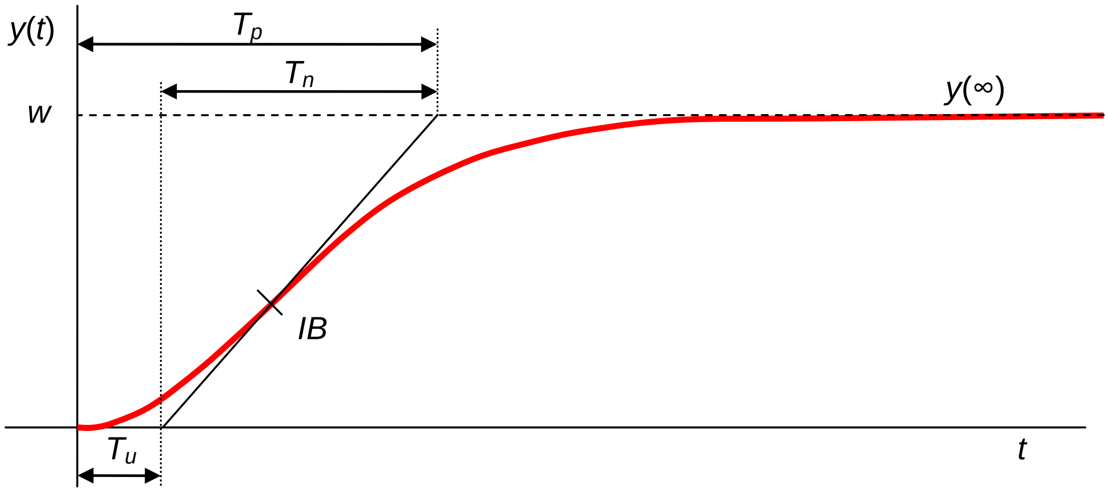
2. DR v obvode s regulovanou sústavou vyššieho rádu

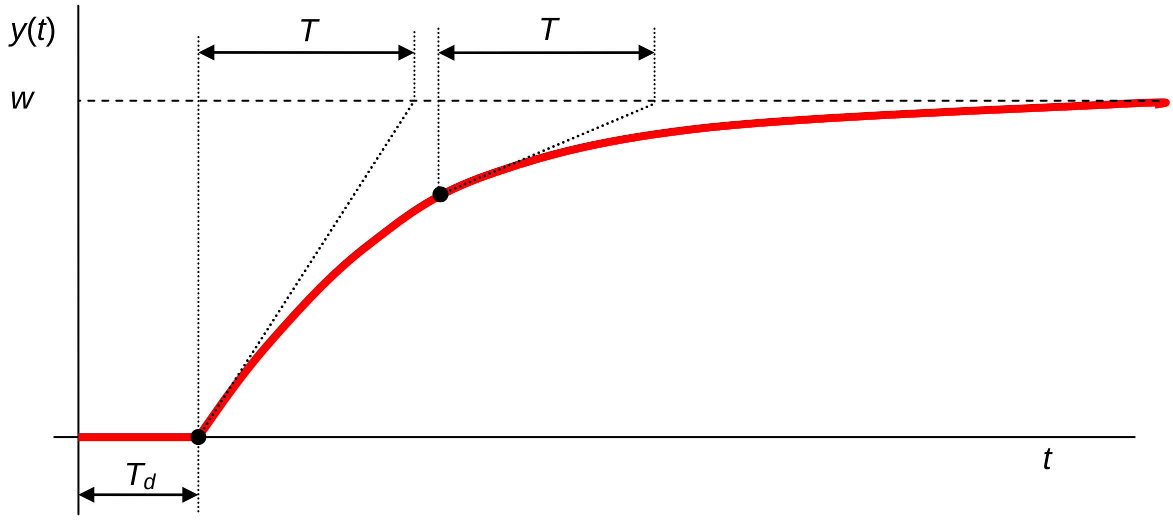
Predpokladajme, že v obvode podľa (Obr. 6) je zapojená regulovaná sústava rádu 2. alebo vyššieho. Jej prechodová funkcia sa vyznačuje existenciou **doby prieťahu T_u**, ktorá predchádza **dobe nábehu T_n** (Obr. 12). Hranicu medzi konvexnou a konkávnou časťou charakteristiky tvorí inflexný bod *IB*. Aj tu predpokladajme $e = 0$.



Obr. 12

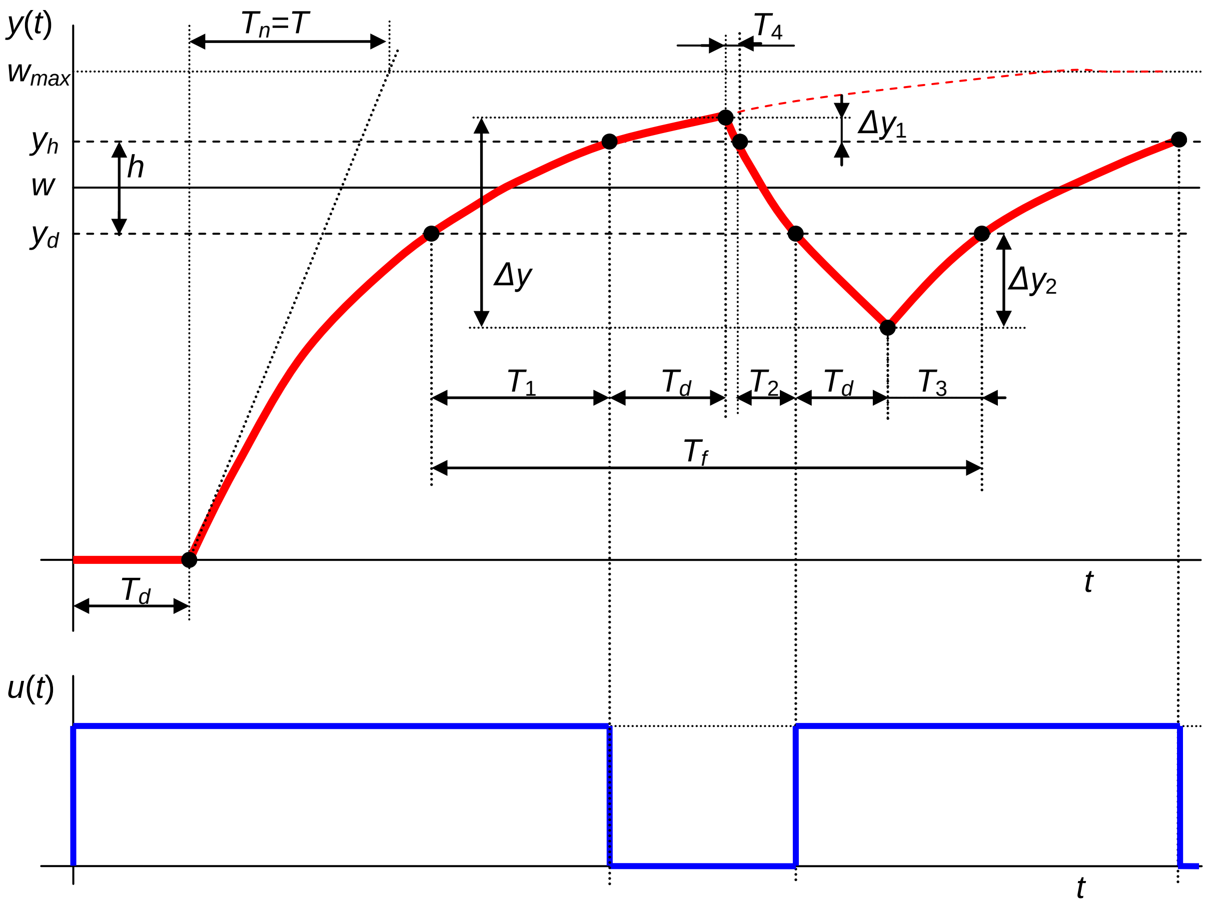
Interval $T_p = T_u + T_n$ označujeme ako **dobu prechodu**.

Pri štúdiu regulačných pochodov sa bežne namiesto prechodovej funkcie podľa Obr. 12 používa jej zjednodušený tvar, kedy je doba prieťahu T_u nahradená dopravným oneskorením T_d a doba nábehu T_n je považovaná za časovú konštantu T. Reálna prechodová funkcia sústavy vyššieho rádu je tak aproximovaná prechodovou funkciou sústavy 1. rádu s dopravným oneskorením (Obr. 13).



Obr. 13

Priebeh regulovanej veličiny pre *w* tvaru skoku (Obr. 6) je graficky zachytený na Obr. 14.



Obr. 14

V tom istom obrázku je zachytený i priebeh akčného signálu *u*. Aj v tomto prípade platí, že akčná veličina *u* je vypínaná, ak pri raste dosiahne regulovaná veličina hodnoty y_h a je zapínaná, ak regulovaná veličina poklesne na úroveň y_d. V dôsledku existencie dopravného oneskorenia sa však zapnutie alebo vypnutie prejaví až po uplynutí intervalu T_d.

Analogicky ako v prípade SRS 1. rádu z podobnosti trojuholníkov platí (pozri Obr. 14):

$$\frac{\Delta y_1}{T_d} = \frac{w_{max} - (w + \frac{h}{2})}{T} \Rightarrow \Delta y_1 = T_d \frac{w_{max} - w - \frac{h}{2}}{T} \tag{8}$$

$$\frac{\Delta y_2}{T_d} = \frac{w - \frac{h}{2}}{T} \Rightarrow \Delta y_2 = T_d \frac{w - \frac{h}{2}}{T} \tag{9}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta y} = h + \Delta y_1 + \Delta y_2 = \cdots = \boldsymbol{h + T_d \frac{w_{max} - h}{T}}} \tag{10}$$

takže Δy nezávisí na veľkosti *w* a je v celom rozsahu nastaviteľných žiadaných hodnôt konštantná. Všimnite si, že v prípade $T_d = 0$ je $\Delta y = h$, čo zodpovedá rozsahu kolísania regulovanej veličiny obvodu so sústavou 1. rádu (bez dopravného oneskorenia). **Šírku pásma Δy možno zúžiť zmenšením hysterézie h alebo znížením w_{max} (podľa (8) sa zmenší Δy_1), tzn. znížením nadbytku akčnej veličiny.**

Pre periódu fluktuačnej zložky platí:

$$T_f = 2T_d + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \tag{11}$$

kde

$$\frac{w_{max}-w}{T} = \frac{h}{T_1} \Rightarrow T_1 = \cdots \tag{12}$$

$$\frac{h}{T_2} = \frac{w}{T} \Rightarrow T_2 = \cdots \tag{13}$$

$$\frac{\Delta y_2}{T_3} = \frac{w_{max}-(w-\frac{h}{2})}{T}$$ po dosadení (9) dostaneme

$$T_3 = T_d \frac{w-\frac{h}{2}}{w_{max}-w+\frac{h}{2}} \tag{14}$$

$$\frac{\Delta y_1}{T_4} = \frac{w+\frac{h}{2}}{T}$$ po dosadení (8) dostaneme

$$T_4 = T_d \frac{w_{max}-w-\frac{h}{2}}{w+\frac{h}{2}} \tag{15}$$

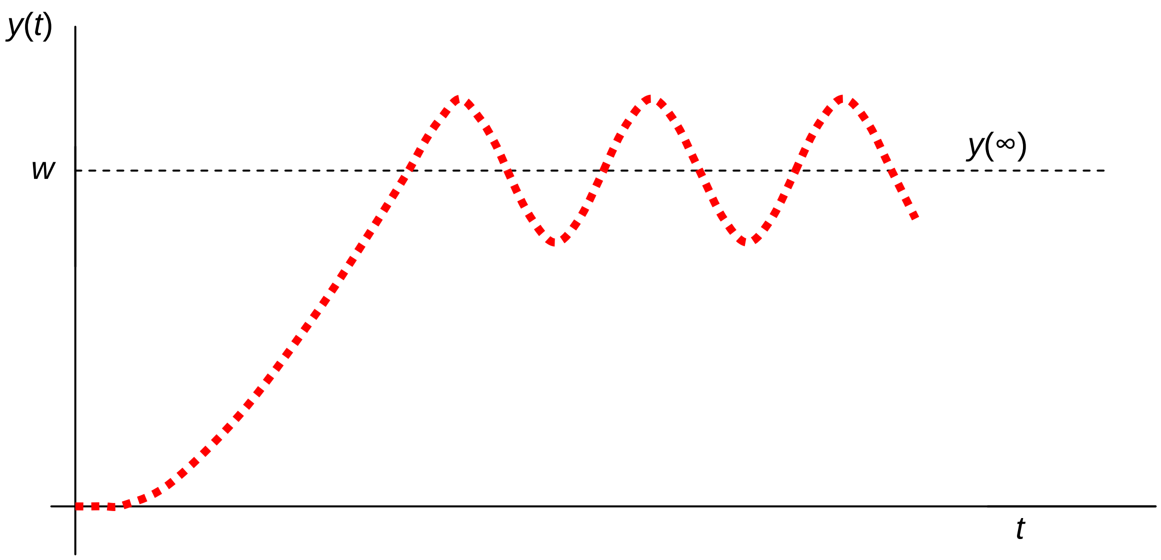
Ľahko sa môžeme výpočtom presvedčiť, že v špeciálnom prípade, kedy $h = 0$ a súčasne $w_{max} - w = w$ pre periódu T_f kmitavej zložky regulovanej veličiny platí

$$\boxed{T_f = 4T_d} \tag{16}$$

Za rovnakej situácie platí pre rozkmit akčnej veličiny (pozri (10))

$$\boxed{\Delta y = \frac{T_d}{T} 2w = \frac{T_d}{T} w_{max}} \tag{17}$$

Na tomto mieste pripomeňme, že priebeh regulovanej veličiny podľa Obr. 14 zodpovedá zjednodušenému prípadu, kedy bola prechodová funkcia regulovanej sústavy vyššieho rádu aproximovaná prechodovou funkciou sústavy 1. rádu s dopravným oneskorením. Priebeh regulovanej veličiny obvodu so skutočnou regulovanou sústavou by mal tvar podľa Obr. 15.

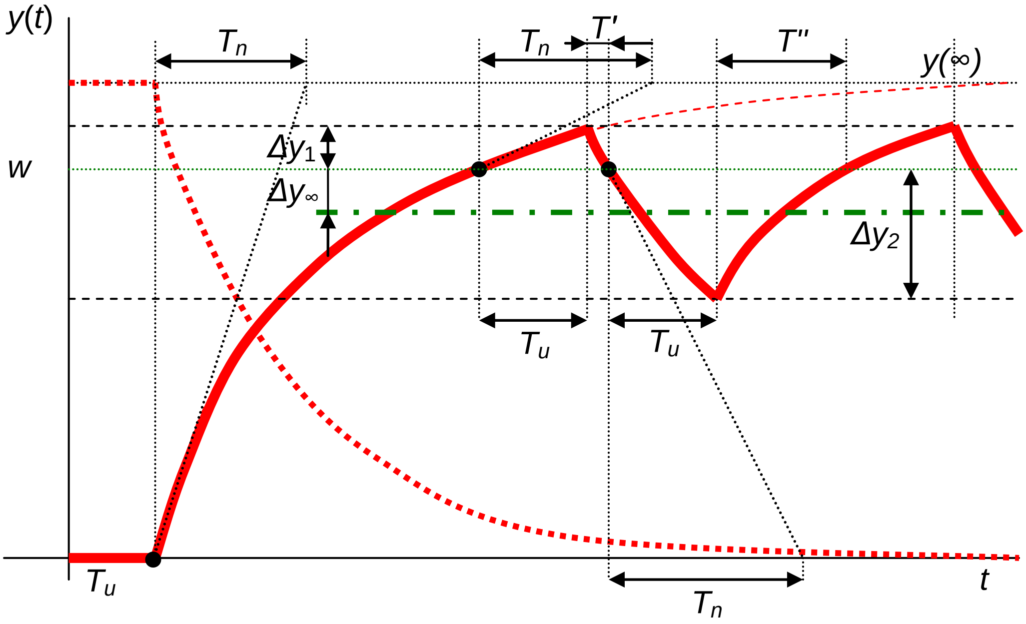


Obr. 15

V dôsledku „hladkého" prechodu medzi konvexnou a konkávnou časťou prechodovej funkcie skutočnej regulovanej sústavy je i priebeh regulovanej veličiny „hladký" (1. derivácia jej priebehu je spojitá). Preto sú vzťahy (8) až (17) iba približné.

Sprievodným javom, ktorý je charakteristický pre regulačný obvody s nespojitými regulátormi, je existencia trvalej odchýlky medzi hodnotou riadiacej

veličiny w a strednou hodnotou regulovanej veličiny y. Táto skutočnosť je zrejmá už z Obr. 14. Vidíme, že v dôsledku premenlivej strmosti prechodovej funkcie regulovanej sústavy je plocha „zaobleného“ trojuholníka nad hodnotou w odlišná od plochy „zaobleného“ trojuholníka pod hodnotou w. Dokážme uvedený fakt pre zjednodušený prípad, že $h = 0$. Tomu zodpovedá Obr. 16. **Táto trvalá odchýlka je premenlivá a závisí na veľkosti riadiacej veličiny w, hodnote $y(\infty) = w_{max}$ a parametroch T_u a T_n regulovanej sústavy.**



Obr. 16

Platí:

$$\Delta F_1 = 0{,}5.\Delta y_1.T_u + 0{,}5.T'.\Delta y_1$$

$$\Delta F_2 = 0{,}5.\Delta y_2.T_u + 0{,}5.T''.\Delta y_2$$

$$\frac{T'}{\Delta y_1} = \frac{T_n}{w}$$

$$\frac{T''}{\Delta y_2} = \frac{T_n}{[y(\infty) - w]} \tag{18}$$

$$T_f = 2.T_u + T' + T''$$

$$\Delta y_\infty = \frac{\Delta F_1 - \Delta F_2}{T_f}$$

Zo vzťahov (18) napokon vyplýva

$$\boxed{\Delta y_\infty = \left[\frac{y(\infty)}{2} - w\right]\frac{T_u}{T_n}} \tag{19}$$

Ako je zrejmé z postupu odvodenia a z Obr. 16, symbol Δy_∞ značí odchýlku medzi w a strednou hodnotou regulovanej veličiny y (bodkočiarkovaná zelená čiara). Z (19) vyplýva:

a) pre $T_u = 0$ (teda pre sústavy 1. rádu) je Δy_∞ trvalo rovné 0 (pripomeňme, že za predpokladu $h = 0$

b) $\Delta y_\infty = 0$, ak $w = y(\infty)/2$

c) pre $y(\infty)/2 > w$ je $\Delta y_\infty > 0$

d) pre $y(\infty)/2 < w$ je $\Delta y_\infty < 0$

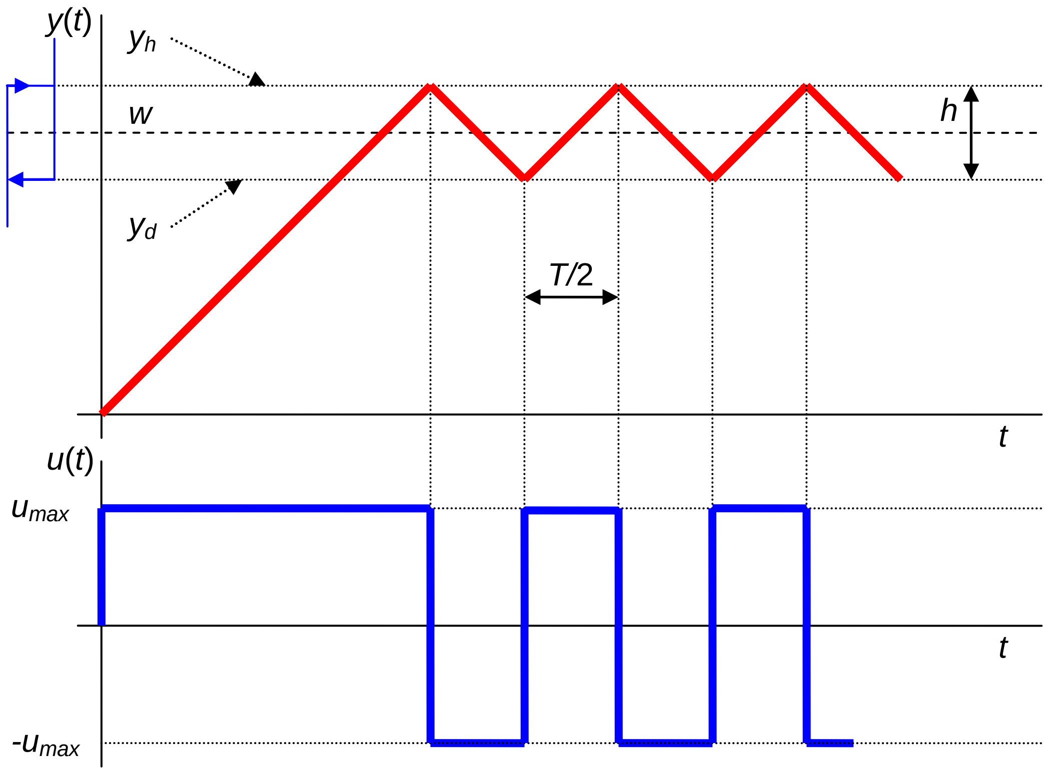
Obr. 16 teda zodpovedá situácii podľa d).

3. DR v obvode s astatickou regulovanou sústavou

Predpokladajme, že regulovaná sústava má čisto integračný charakter, t.j. jej prenos má tvar

$$G(s) = \frac{K_i}{s} \qquad \text{(astatická sústava 1. rádu)} \tag{20}$$

Priebeh regulovanej veličiny pre skok riadenia ($w = 1/s$) je uvedený na Obr. 17.



Obr. 17

Pretože regulátor dodáva akčnú veličinu iba v dvoch hodnotách (u_{max}, $-u_{max}$), platí

$$y(t) = K_i u_{max} t \tag{21}$$

a teda (pozri Obr. 17)

$$h = K_i u_{max} \frac{T}{2} \tag{22}$$

z toho pre periódu kmitania platí

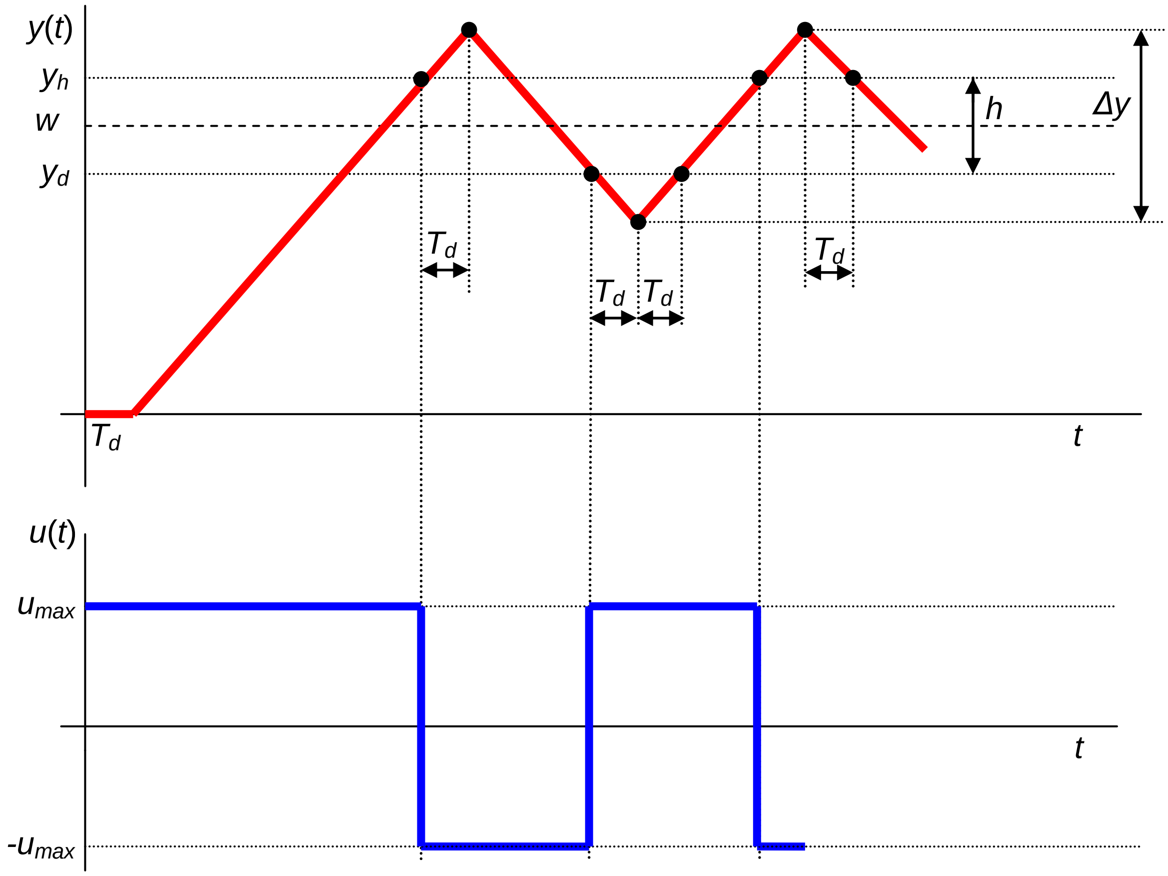
$$\boxed{T = \frac{2h}{K_i u_{max}} = T_f} \tag{23}$$

Pásmo kolísania regulovanej veličiny je určené iba veľkosťou hysterézie h, perióda fluktuačnej zložky závisí na h, u_{max} a K_i. Zdôraznime, že Obr. 17 a vzťahy (22), (23) platia iba pre prípad, že dvojhodnotový výstupný signál nadobúda úrovne u_{max} a $-u_{max}$, teda ich absolútne veľkosti sú zhodné, ale polarity sú opačné. Vo všeobecnejšom prípade, kedy toto neplatí, tzn. polarity obidvoch úrovní sa líšia, ale ich absolútne hodnoty zhodné nie sú, platí

$$\boxed{T = T_1 + T_2 = \frac{h}{K_i}\left(\frac{1}{u_{1max}} + \frac{1}{u_{2max}}\right) = T_f} \tag{23 a}$$

Odvoďte tento jednoduchý vzťah a nakreslite zodpovedajúci priebeh regulovanej a akčnej veličiny.

Ak je astatická sústava vyššieho rádu a teda jej prechodová funkcia má nenulovú dobu prieťahu T_u, vykonáme už známe zjednodušenie a budeme uvažovať o astatickej sústave 1. rádu s dopravným oneskorením $T_d = T_u$. Priebeh regulovanej veličiny je uvedený na Obr. 18



Obr. 18

rovnako ako priebeh veličiny akčnej (obe úrovne sú v absolútnej hodnote zhodné, ale opačnej polarity). Regulovaná veličina kolíše v rozmedzí

$$\boxed{\Delta y = h + 2T_d K_i u_{max}} \tag{24}$$

pre periódu kmitov platí

$$\boxed{T_f = \frac{2h}{K_i u_{max}} + 4T_d} \tag{25}$$

Oba tieto parametre závisia na veľkosti hysterézie h. Je teda zrejmé, že ak $h = 0$, potom

$$\Delta y = 2T_d K_i u_{max} \tag{26}$$

$$T_f = 4T_d \tag{27}$$

Pokúste sa odvodiť vzťahy pre Δy a T_f vo všeobecnejšom tvare, tzn. pre prípad, že obe hladiny akčnej veličiny nadobúdajú nielen odlišné polarity, ale aj odlišné absolútne veľkosti.

Poznámka:
Ak by jedna z úrovní akčného signálu nadobúdala nulovú hodnotu, periodická zložka regulovanej veličiny y by vzhľadom k astatickému charakteru regulovanej sústavy vôbec nevznikla. Vysvetlite prečo.

Všetky fakty doposiaľ uvedené v texte sa týkajú tzv. **dvojpolohových regulátorov bez spätnej väzby**. Najdôležitejším parametrom, ktorý pri návrhu regulačného obvodu s nespojitým regulátorom musíme posúdiť, je veľkosť pásma Δy kolísania regulovanej veličiny y. Ide vlastne o presnosť regulácie. Treba zvážiť, aké sú praktické možnosti spresnenia procesu riadenia.

Potvrdilo sa, že:

najúčinnejším opatrením, ktoré vedie k zúženiu pásma kolísania regulovanej veličiny, je uzatvorenie zápornej spätnej väzby z výstupu regulátora na jeho vstup. Výstupná veličina regulátora (akčná veličina regulačného obvodu) má aj v tomto prípade charakter impulzov, ale ich frekvencia sa podstatne zvýši a pásmo kolísania sa výrazne zúži. Niekedy sa tento typ nespojitých regulátorov označuje ako **regulátory s kvázispojitým chováním**. Pre popis ich funkcie je možné použiť obrazový prenos obdobne ako pre popis regulátorov spojitých.