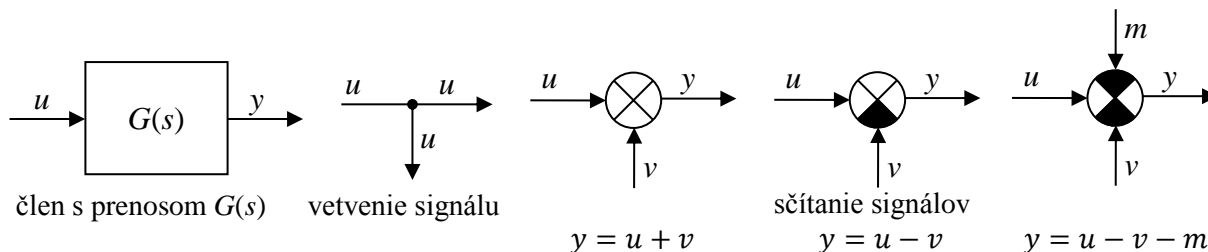


2. Bloková algebra

Prenos systému nám umožňuje vyjadriť vzťah medzi obrazom vstupnej a výstupnej veličiny. V praxi sa väčšinou stretávame so zložitejšími systémami, ktoré sa ale dajú rozložiť na spojenie elementárnych členov. Pre vyjadrenie väzieb medzi týmito členmi používame **blokové schémy**². V praxi používame schémy s jednou vstupnou a jednou výstupnou veličinou pre každý blok (SISO). Na Obr. 23 sú uvedené zásady kreslenia blokových schém.



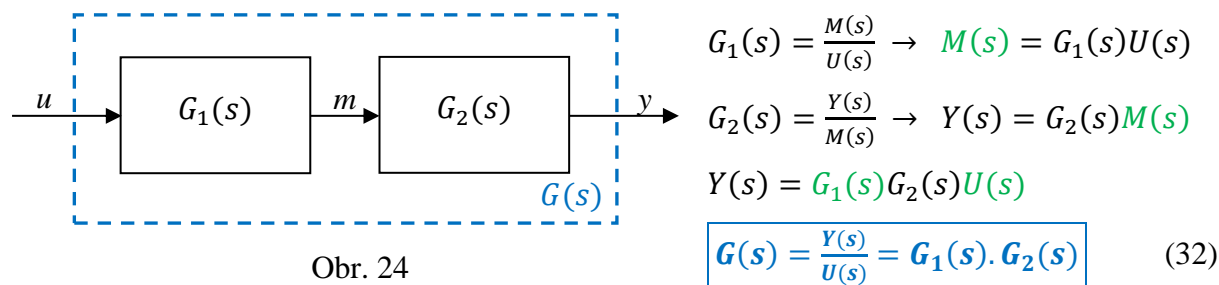
Obr. 23

Vychádzame z toho, že bloky sú popísané svojimi prenosmi $G(s)$. V prípade, že sú popísané iným spôsobom musíme tento popis previesť na prenos. Pretože ale chceme prenosom popísať celý systém alebo podsystém, musíme poznať metodiku, ako určiť prenos celku, ak poznáme prenosi jednotlivých členov, z ktorých sa skladá. **Pravidlá, podľa ktorých vytvárame prenos celku z čiastkových prenosov jednotlivých členov, nazývame bloková algebra.** Niekedy sa nazýva algebra prenosov alebo tiež algebra blokových schém.

Pri skúmaní blokových schém zistíme, že existujú tri základné zapojenia: sériové, paralelné a antiparalelné (alebo spätnoväzbové).

2.1. Sériové zapojenie

Je to také zapojenie, pri ktorom výstupná veličina predchádzajúceho člena je vstupnou veličinou nasledujúceho – Obr. 24. Hľadáme výsledný prenos zapojenia.



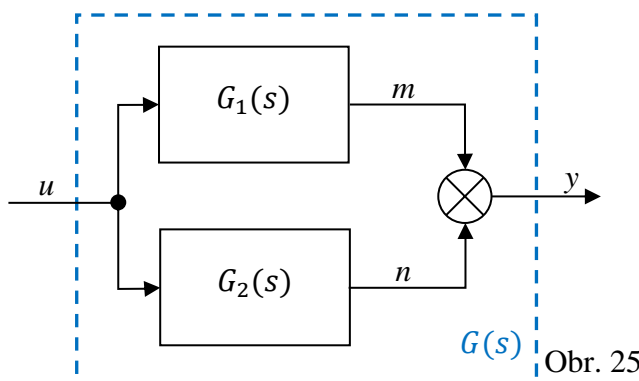
Obr. 24

Pre odvodzovanie sme si označili pomocnú veličinu m , ktorú sme vzápätí eliminovali. Slovné vyjadrené: **Pri sériovom zapojení je výsledný prenos daný súčinom čiastkových prenosov.**

2.2. Paralelné zapojenie

Je to také zapojenie, pri ktorom máme jednu vstupnú veličinu pre všetky členy a výstupné veličiny jednotlivých blokov sa sčítajú – Obr. 25. Opäť hľadáme výsledný prenos zapojenia.

$$G_1(s) = \frac{M(s)}{U(s)} \rightarrow M(s) = G_1(s)U(s)$$



Obr. 25

² **Bloková schéma** je topologicko-geometrické znázornenie štruktúry systémov. Každý prvok blokovej schémy je spravidla čiernou skrinkou a zvykne sa zobrazovať ako jednoduchý geometrický obrazec (štvorec, obdĺžnik, kruh, atď.). Spôsob spojenia takýchto prvkov do jedného k druhému býva znázorňovaný šípkami, ktoré udávajú smer pôsobenia príslušných prvkov na seba – smer signálu.

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

$$G_2(s) = \frac{N(s)}{U(s)} \rightarrow N(s) = G_2(s)U(s)$$

$$m(t) + n(t) = y(t) \rightarrow M(s) + N(s) = Y(s) \rightarrow G_1(s)U(s) + G_2(s)U(s) = Y(s)$$

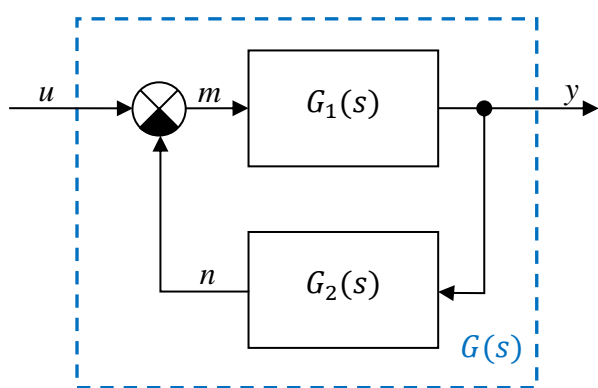
$$U(s)[G_1(s) + G_2(s)] = Y(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) + G_2(s) \quad \text{všeobecne} \quad \boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) \pm G_2(s)} \quad (33)$$

Pomocné veličiny m a n boli eliminované a teraz záver: **Pri paralelnom zapojení je výsledný prenos daný súčtom čiastkových prenosov.** Keby bol namiesto sčítania signálov vytváraný ich rozdiel, bolo by vo výslednom vzťahu znamienko mínus.

2.3. Antiparalelné (spätnoväzbové) zapojenie

Je to také zapojenie dvoch členov, kedy sa výstupná veličina zapojenia vedie späť na vstup, kde sa odčíta (alebo tiež pripočíta) od vstupného signálu – Obr. 26.



Obr. 26

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{M(s)} \rightarrow M(s) = \frac{Y(s)}{G_1(s)}$$

$$G_2(s) = \frac{N(s)}{Y(s)} \rightarrow N(s) = G_2(s)Y(s)$$

$$m(t) = u(t) - n(t) \rightarrow M(s) = U(s) - N(s)$$

$$\frac{Y(s)}{G_1(s)} = U(s) - G_2(s)Y(s)$$

$$\frac{Y(s)}{G_1(s)} + G_2(s)Y(s) = U(s)$$

$$Y(s) \left[\frac{1}{G_1(s)} + G_2(s) \right] = U(s)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\frac{1}{G_1(s)} + G_2(s)} = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}} \quad (34)$$

Pomocné veličiny m a n boli opäť eliminované a výsledok: **pri antiparalelnom (spätnoväzbovom) zapojení je výsledný prenos daný zlomkom, kde v čitateli je tzv. prenos priamej vetvy a v menovateli jedna plus súčin prenosov priamej vetvy a prenosu spätnej väzby.**

Uvažované antiparalelné zapojenie sa nazýva **záporná spätná väzba**, pretože sa na vstupe zapojenia výstupný signál odčíta. Toto zapojenie je základom všetkých regulačných obvodov. Tým, že na vstupe odčítame výstupný signál sa vytvára tzv. regulačná odchýlka, a práve tou regulátor pôsobí na regulovanú sústavu a túto odchýlku odstraňuje a dosahuje tým zhodu medzi vstupnou a výstupnou veličinou.

Keby sme výstupný signál ku vstupu pripočítali, išlo by o kladnú spätnú väzbu, ktorá sa v regulačnej technike nepoužíva (na jej princípe sú založené generátory sínusových kmitov v elektronike) a podobným spôsobom ako sme odvodili vzťah pre zápornú spätnú väzbu by sme odvodili výsledný prenos pre kladnú spätnú väzbu.

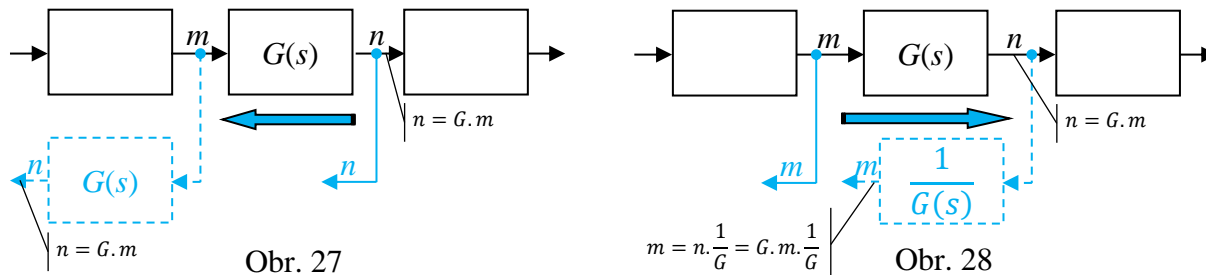
$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)}$$

Poznámka: Ďalej si vypočítame príklady blokovej algebry, kedy hľadáme výsledný prenos zložitejších systémov. Pôjde o príklady, kedy postupným zjednodušovaním schémy sa

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

dostaneme k cieľu. Okrem toho to budú príklady tzv. **prekrížených väzieb**, kedy musíme niektoré väzby zmeniť, aby sme určili typ zapojenia a stanovili prenos.

Ide o premiestnenie miesta rozvetvenia. Ak premiestňujeme podľa Obr. 27 bod rozvetvenia proti smeru signálu, potom musíme do premiestňovanej vetvy zapojiť člen s prenosom, ktorý je medzi pôvodným a novým bodom rozvetvenia.



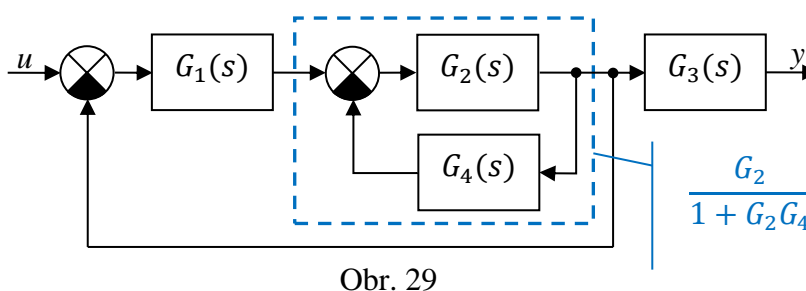
Ak premiestňujeme bod rozvetvenia v smere signálu, zapojíme tam člen s prenosom rovným prevratnej hodnote prenosu medzi pôvodným a novým bodom rozvetvenia – Obr. 28. *Obdobne môžeme premiestniť aj súčtový člen. V tom prípade platí, že do premiestňovanej vetvy zaradíme člen s prenosom medzi pôvodným a novým bodom ktorého hodnota je opačná ako je tomu pri presune bodu vetvenia.*

Príklad 19:

Určte výsledný prenos zapojenia podľa Obr. 29.

Riešenie:

Pri zapojeniach tohto typu všeobecne platí, že musíme pomocou známych základných zapojení stále zjednodušovať, až sa prepracujeme k výslednému prenosu.



$$G(s) = \frac{G_1(s) \frac{G_2(s)}{1+G_2(s)G_4(s)}}{1+G_1(s) \frac{G_2(s)}{1+G_2(s)G_4(s)}} G_3(s)$$

Poznámka: Ak vo väzbe nie je žiadny člen, počítame s tým, že je tam člen s prenosom $G(s) = 1$.

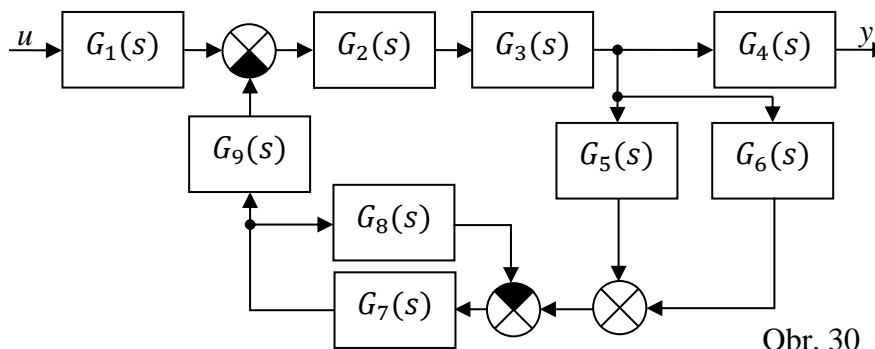
Príklad 20:

Určte výsledný prenos zapojenia podľa Obr. 30.

Riešenie:

Metodika riešenia tohto príkladu je rovnaká ako v predchádzajúcom príklade.

V ďalších príkladoch je výsledný prenos uvádzaný pre väčšiu prehľadnosť bez zápisu argumentu (s).



$$G = G_1 \frac{G_2 G_3}{1+G_2 G_3 [G_5 + G_6] \frac{G_7 - G_9}{1+G_7 G_8}} G_4$$

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

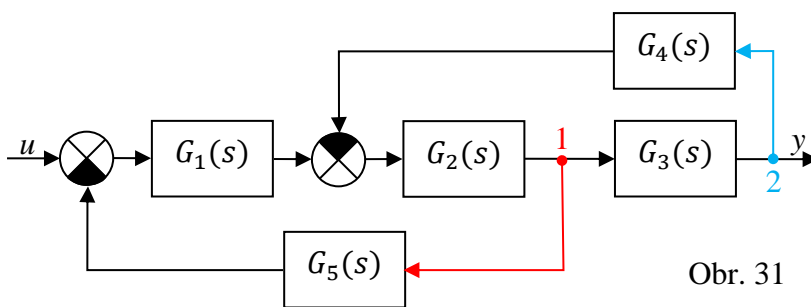
Príklad 21:

Určte výsledný prenos zapojenia podľa Obr. 31.

Riešenie:

Toto je prvý z príkladov zapojenia s prekríženými väzbami. V prvej fáze nemôžeme poznať, o aké zapojenie ide. Preto musíme preložiť niektorú z

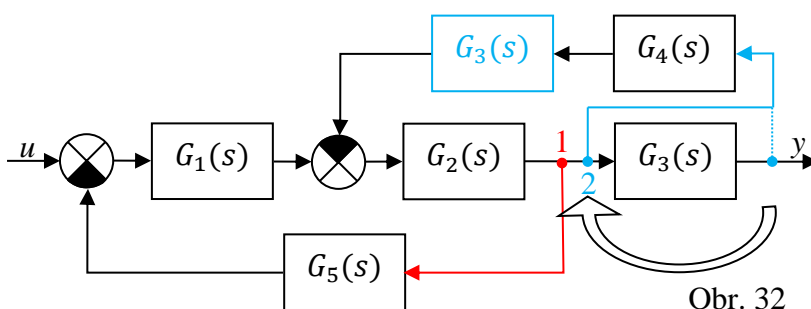
väzieb, aby sme mohli zapojenie jasne identifikovať. Sú dva spôsoby riešenia. Prvý spôsob je preložiť väzbu s prenosom $G_4(s)$ proti smeru signálu – **uzol 2**. Druhý spôsob je preložiť väzbu s prenosom $G_5(s)$ v smere signálu – **uzol 1**.



Obr. 31

1. spôsob riešenia:

Podľa Obr. 32 preložíme väzbu s prenosom $G_4(s)$ proti smeru signálu a preto musíme do väzby vložiť člen s prenosom $G_3(s)$ (o ktorý sa väzba proti smeru signálu posunula). V takomto zapojení už nie sú prekrížené väzby a ľahko z neho určíme výsledný prenos.



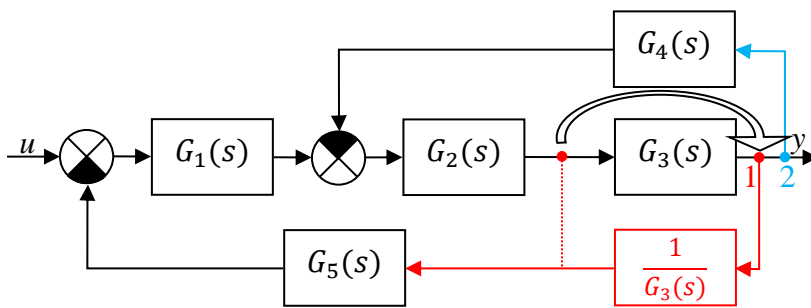
Obr. 32

$$G = \frac{G_1 \frac{G_2}{1+G_2 G_3 G_4}}{1+G_1 \frac{G_2}{1+G_2 G_3 G_4} G_5} G_3 = \frac{G_1 G_2 G_3}{1+G_2 G_3 G_4 + G_1 G_2 G_5}$$

2. spôsob riešenia:

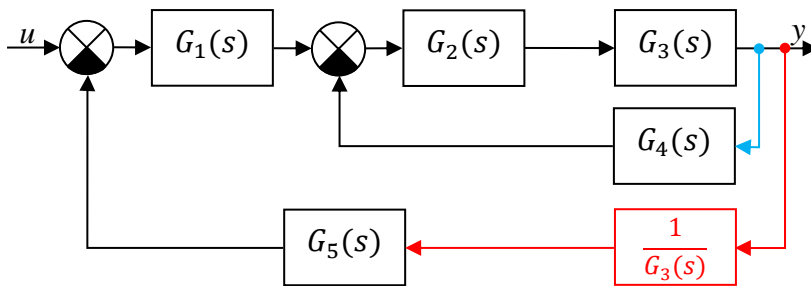
Podľa Obr. 33a posunieme väzbu s prenosom $G_5(s)$ v smere signálu a zaradíme do nej člen s prenosom $1/G_3(s)$, o ktorý sa väzba v smere signálu posunula.

Potom si obrázok môžeme prekresliť tak, aby nám bolo úplne jasné o aké zapojenie ide (Obr. 33b) a napíšeme výsledný prenos, ktorý sa po úprave musí zhodovať s prenosom vypočítaným 1. spôsobom.



Obr. 33a

Samostatne vypočítajte prenos podľa Obr. 33b a výsledok porovnajte s výsledkom dosiahnutým 1. spôsobom.



Obr. 33b

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

Príklad 22:

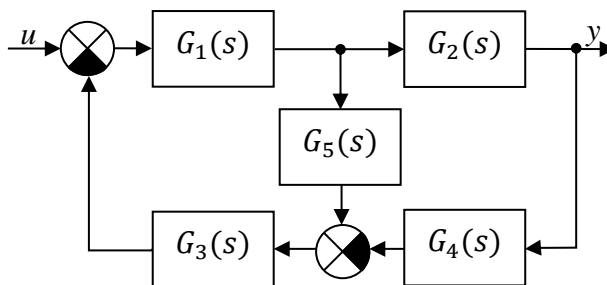
Určte výsledný prenos zapojenia podľa Obr. 34.

Riešenie:

Rovnakým spôsobom ako v príklade 21 a to minimálne dvomi spôsobmi určíme výsledný prenos. Riešte.

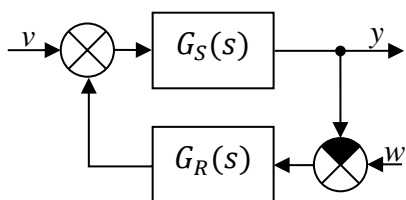
Kontrolný výsledok:

$$G = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_3 G_5 - G_1 G_2 G_3 G_4}$$

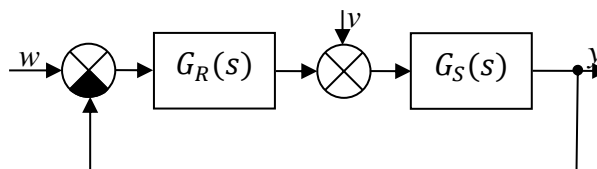


Obr. 34

Pravidlá blokovej algebry môžeme použiť pre všeobecné blokové schémy. Teraz ich použijeme pre regulačný obvod. Budeme uvažovať o jednoduchom regulačnom obvode s jednou vstupujúcou poruchovou veličinou, ktorá pre jednoduchosť vstupuje na začiatku regulovanej sústavy. Taký obvod môžeme nakresliť dvojakým spôsobom. Oba spôsoby sú na Obr. 35 a 36. Zdôraznime, že ide o ten istý obvod. Regulovaná sústava je tu daná svojím prenosom $G_S(s)$ a regulátor tiež svojím prenosom $G_R(s)$.



Obr. 35



Obr. 36

Najprv si vypočítame prenos regulačného obvodu, ak uvažujeme, že vstupným signálom je riadiaca veličina w a do obvodu nevstupujú žiadne poruchové veličiny, teda $v = 0$. Prenos sa lepšie počíta podľa Obr. 36 a pretože ide o zápornú spätnú väzbu (antiparalelné zapojenie), prenos je

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_S(s)G_R(s)}{1+G_S(s)G_R(s)} = \frac{G_O(s)}{1+G_O(s)} \quad (35)$$

Tento prenos sa nazýva **prenos riadenia** $G_w(s)$ a vyjadruje závislosť regulovanej veličiny y na riadiacej veličine w keď nepôsobí poruchová veličina.

Označili sme si tu súčin prenosu regulovanej sústavy a prenosu regulátora $G_O(s)$

$$G_O = G_S(s)G_R(s) \quad (36)$$

Tento prenos nazývame **prenos rozpojeného obvodu** a označujeme ho symbolom $G_O(s)$. Názov je určený z toho, že v slučke regulačného obvodu je sériové zapojenie sústavy a regulátora (keby sme ho v niektorom mieste rozpojili, je prenos tohto zapojenia daný práve $G_O(s)$, ale so znamienkom mínus).

Závislosť regulovanej veličiny y na poruchovej veličine v keď nepôsobí riadiaca veličina ($w = 0$) vyjadrujeme **prenosom poruchy** $G_v(s)$

$$G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_S(s)}{1+G_S(s)G_R(s)} = \frac{G_S(s)}{1+G_O(s)} \quad (37)$$

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

Tento prenos je opäť vypočítaný ako antiparalelné zapojenie podľa Obr. 35 alebo 36 (lepšie je to vidieť na Obr. 35, ale musíme si uvedomiť, že nejde o kladnú spätnú väzbu – výstupný signál sa pripočítava ku vstupnému, ale so záporným znamienkom, pretože v predchádzajúcom rozdielovom uzle sa pri $w = 0$ iba zmenilo znamienko signálu).

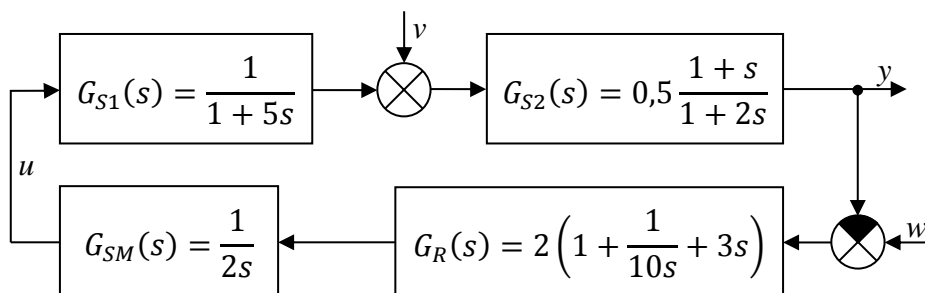
Už teraz si všimnime, že prenos riadenia aj prenos poruchy majú v menovateli rovnaký výraz $1 + G_O(s)$, ktorý má dôležitý význam pri zisťovaní stability, a to ako **charakteristická rovnica regulačného obvodu**

$$1 + G_O(s) = 0 \tag{38}$$

Poznámka: Ak sa vyskytne prípad, že poruchová veličina vstupuje na inom mieste regulovanej sústavy ako na vstupe akčnej veličiny alebo je viac poruchových veličín (vtedy hovoríme vždy o prenose príslušnej poruchovej veličiny $G_{v1}(s) = \frac{Y(s)}{V_1(s)}$, $G_{v2}(s) = \frac{Y(s)}{V_2(s)}$, ...), určíme prenosy vždy podľa pravidiel blokovej algebry, ako je ukázané v príklade 23.

Príklad 23:

Určte prenos riadenia a prenos poruchy regulačného obvodu podľa Obr. 37, ktorý sa skladá z regulovanej sústavy a regulátora so servomotorom. Poruchová veličina tu vstupuje uprostred regulovanej sústavy a delí ju na dva bloky s prenosmi $G_{S1}(s)$ a $G_{S2}(s)$.



Obr. 37

Riešenie:

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_R(s)G_{SM}(s)G_{S1}(s)G_{S2}(s)}{1 + G_R(s)G_{SM}(s)G_{S1}(s)G_{S2}(s)} =$$

$$= \frac{2 \left(1 + \frac{1}{10s} + 3s\right) \frac{1}{2s} \frac{1}{1+5s} 0,5 \frac{1+s}{1+2s}}{1 + 2 \left(1 + \frac{1}{10s} + 3s\right) \frac{1}{2s} \frac{1}{1+5s} 0,5 \frac{1+s}{1+2s}} = \frac{1,5s^3 + 2s^2 + 0,55s + 0,05}{10s^4 + 8,5s^3 + 3s^2 + 0,55s + 0,05}$$

$$G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_{S2}(s)}{1 + G_R(s)G_{SM}(s)G_{S1}(s)G_{S2}(s)} =$$

$$\frac{0,5 \frac{1+s}{1+2s}}{1 + 2 \left(1 + \frac{1}{10s} + 3s\right) \frac{1}{2s} \frac{1}{1+5s} 0,5 \frac{1+s}{1+2s}} = \frac{2,5s^2 + 3s + 0,5}{10s^4 + 8,5s^3 + 3s^2 + 0,55s + 0,05}$$

SPOJITÉ LINEÁRNE RIADENIE – algebra blokových schém

Príklad 24: (neriešené)

Určte výsledný prenos G dynamického systému na obrázku.

Výsledný prenos zapíšte v upravenom tvare a správnosť si overte výpočtom dosadením fiktívnych hodnôt čiastkových prenosov: $G_1 = 2$; $G_2 = 3$; $G_3 = 4$; $G_4 = 5$; $G_5 = 6$

